

**Ответом к заданиям 1-14 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.**

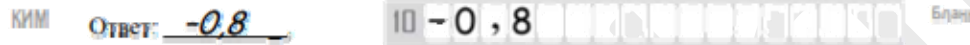
**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 103**

**Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание. Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 8 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 4 задания высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–14 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа записывают в поля ответов в тексте работы, а затем переносят в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

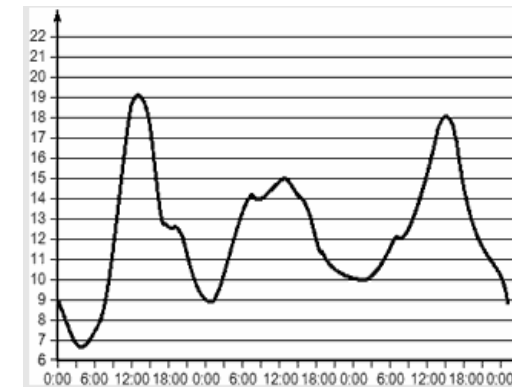
**Желаем успеха!**

**Часть 1**

**1.** В университетскую библиотеку привезли новые учебники по математическому анализу для 1-3 курсов, по 280 штук для каждого курса. Все книги одинаковы по размеру. В книжном шкафу 7 полок, на каждой полке помещается 25 учебников. Какое наименьшее количество шкафов потребуется, чтобы разместить в них купленные учебники?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2.** На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток, начиная с 0 часов вторника. На оси абсцисс отмечается время суток в часах, на оси ординат – значение температуры в градусах. Определите по графику наименьшую температуру воздуха в ночь со среды на четверг.



Ответ: \_\_\_\_\_.

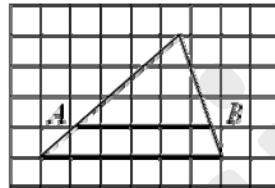
**3.** В магазине одежды объявлена акция: если покупатель приобретает товар на сумму свыше 10000 руб., он получает скидку на следующую покупку в размере 10% ее стоимости. Если покупатель участвует в акции, он теряет право возвратить товар в магазин. Борис Аркадьевич хочет приобрести куртку ценой 9300 руб., рубашку ценой 1800 руб. и перчатки ценой 1200 руб. В каком случае Борис Аркадьевич заплатит за покупку меньше всего:

- 1) если купит все три товара сразу;
- 2) если купит сначала куртку и рубашку, а потом перчатки со скидкой;
- 3) если купит сначала куртку и перчатки, а потом рубашку со скидкой?

В ответ запишите, сколько рублей заплатит Борис Аркадьевич за покупку в этом случае.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4.** На рисунке клетка имеет размер 1 см х 1 см. Найдите длину отрезка  $AB$ . Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**5.** В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

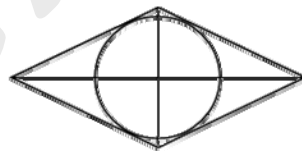
Ответ: \_\_\_\_\_.

**6.** Решите уравнение  $(2 - x)^{x^2+x-6} = 1$ . В ответе укажите сумму его корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

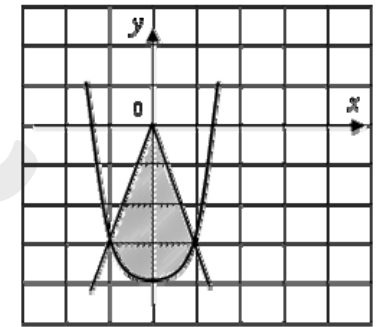
**7.** Найдите радиус окружности, вписанной в ромб со стороной  $2\sqrt{3}$  и углом  $120^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



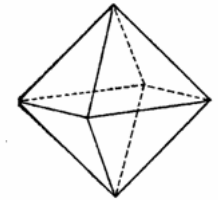
**8.** Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функций  $f(x) = -3|x|$  и  $g(x) = x^4 - 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



**9.** Найдите объем октаэдра, ребро которого равно  $3\sqrt{2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



## Часть 2

**10.** Найдите значение выражения  $\cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

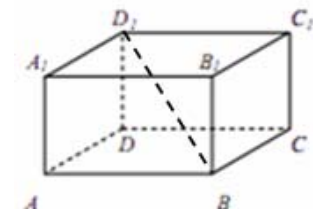
**11.** Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием  $f = 30$  см. Расстояние  $d_1$  от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние  $d_2$  от линзы до экрана – в пределах от 150 до 180 см. Изображение на

экране будет четким, если выполнено соотношение  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$ . Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12.** В кубе  $ABCA_1B_1C_1D_1$  длина ребра равна  $2\sqrt{2}$ . Найдите расстояние между прямыми  $CC_1$  и  $BD_1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



**13.** К сплаву меди и алюминия массой 5 кг, содержащему 60% меди, добавили некоторое количество чистого алюминия. После этого к новому сплаву добавили другой сплав тех же металлов, содержащий 50% меди. В результате было получено 9 кг сплава, содержащего 40% меди. Сколько килограммов другого сплава было добавлено?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14.** Найдите расстояние между касательными к графику функции  $g(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ , перпендикулярными оси ординат.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1**

**Для записи решений и ответов на задания 15 - 21 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

**15.** Дано уравнение  $\cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x = 1$ .

А) Решите уравнение.

Б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку  $[4\pi; 5,5\pi]$ .

**16.** Основанием пирамиды является равнобокая трапеция с основаниями 18 и 8. Каждая боковая грань пирамиды наклонена к основанию под углом  $60^\circ$ .

А) Докажите, что существует точка  $O$ , одинаково удаленная от всех граней пирамиды (центр вписанной сферы).

Б) Найдите площадь полной поверхности данной пирамиды.

**17.** Решите неравенство  $\frac{\sqrt{6+x-x^2}}{\log_2(5-2x)} \leq \frac{\sqrt{6+x-x^2}}{\log_2(x+4)}$ .

**18.** В равнобедренной трапеции ABCD точки M и N – середины оснований BC и AD соответственно. Отрезки AM и BN пересекаются в точке P, а отрезки DM и CN пересекаются в точке K.

А) Докажите, что площадь четырехугольника PMKN равна сумме площадей треугольников ABP и DCK.

Б) Найдите площадь четырехугольника PMKN, если известно, что BC=8, AD=18, AB=CD=13.

**19.** В Доме правительства 18 этажей. На каждом этаже, кроме первого, находится министерство. Однажды утром все 17 министров зашли в лифт, который может сделать только один рейс, а дальше каждый министр должен идти до своего этажа пешком по лестнице. Известно, что каждый министр с неудовольствием опускается на один этаж вниз по лестнице и с двойным неудовольствием поднимается на один этаж вверх по лестнице. На каком этаже им следует остановить лифт, чтобы сумма всех не удовольствий была наименьшей?

**20.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} a^2 - x^2 + 2x - 2a \leq 0, \\ x^2 = 4x - a. \end{cases} \quad \text{имеет ровно одно решение.}$$

**21.** Рассматриваются 10-значные натуральные числа (все десять цифр в их записи различны).

Среди таких чисел найдите:

а) какое-либо число, делящееся на 11;

б) наибольшее число, делящееся на 11;

в) наименьшее число, делящееся на 11.

(Натуральное число делится на 11, если знакопеременная сумма его цифр делится на 11. Например, число 61938085 делится на 11, так как  $6-1+9-3+8-0+8-5=22$ )