

**Ответом к заданиям 1-14 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.**

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 107**

**Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание. Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 8 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 4 задания высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–14 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа записывают в поля ответов в тексте работы, а затем переносят в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

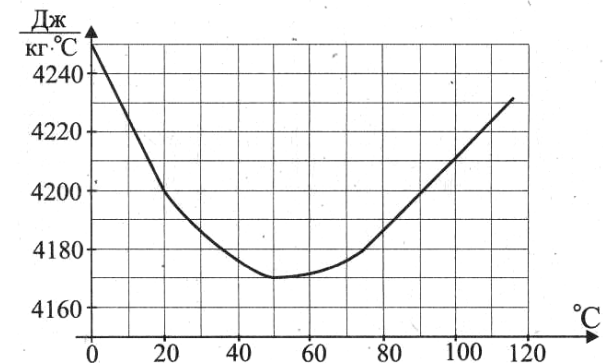
**Желаем успеха!**

**Часть 1**

**1.** В салоне парфюмерии проходит акция: покупая флакон духов объёмом 100 мл, покупатель получает в подарок флакон духов объёмом 30 мл. Какой наибольший объём (в мл) духов можно получить за 7000 рублей во время этой акции, если флакон духов объёмом 100 мл стоит 1800 рублей, объёмом 50 мл – 1200 рублей, а объёмом 30 мл – 800 рублей?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2.** На графике показано изменение удельной теплоёмкости водного раствора некоторого вещества в зависимости от температуры. По горизонтали указывается температура в градусах Цельсия, по вертикали – удельная теплоёмкость в  $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$ . Определите по рисунку наибольшую возможную удельную теплоёмкость раствора в диапазоне температур от 20° до 100°. Ответ дайте в  $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

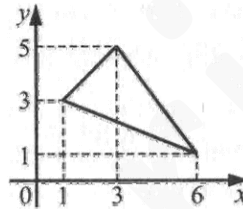
**3** Типографии необходимо заказать 2000 пачек бумаги формата А3 у одной из трёх фабрик. В таблице приведены цены и условия доставки. Во сколько рублей обойдётся самая дешёвая покупка с учётом доставки?

Фабрика	Стоимость пачки бумаги (руб.)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
Березка	255	10000	
Снегурочка	250	15000	При заказе на сумму от 600000 руб. доставка бесплатная
Балет	260	10000	При заказе на сумму от 500000 руб. скидка на доставку 50%

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4.** Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке.

Ответ: \_\_\_\_\_.



**5.** Из трёхзначных чисел наугад выбирают одно число. Какова вероятность того, что будет выбрано число, десятичная запись которого содержит хотя бы одну цифру 7?

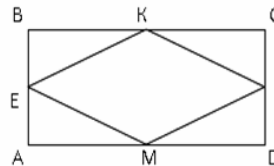
Ответ: \_\_\_\_\_.

**6.** Найдите корень уравнения  $(2x - 3)^3 = 343$ .

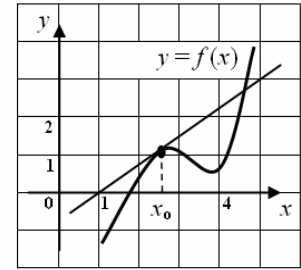
Ответ: \_\_\_\_\_.

**7.** В прямоугольнике ABCD точки K, P, M, E – середины его сторон. Найдите периметр четырехугольника KPME, если AC=13.

Ответ: \_\_\_\_\_.

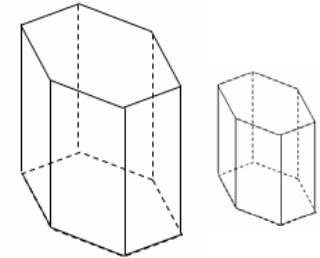


**8.** К графику функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x_0$  проведена касательная. Определите значение производной  $f'(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**9.** Объем призмы равен 81. Каждое ее ребро уменьшили в полтора раза. Найдите объем полученной призмы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

**10.** Известно, что  $\cos 2x = 0,7$ . Найдите значение выражения  $2 \sin^2 x - 3$ .

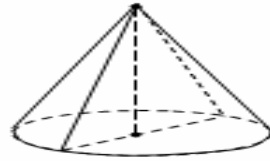
Ответ: \_\_\_\_\_.

**11.** При вращении ведёрка с водой на верёвке в вертикальной плоскости вода не выливается из него, если сила её давления на дно ведёрка неотрицательна во всех точках траектории. В верхней точке траектории сила давления воды на дно минимальна и равна  $P = m \left( \frac{v^2}{L} - g \right)$  Н, где  $m$  – масса воды в кг,  $v$  – скорость движения

ведёрка в м/с,  $L$  – длина веревки в метрах,  $g = 10 \text{ м/с}^2$  – ускорение свободного падения. С какой минимальной скоростью  $v$  надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась из него, если длина веревки равна 57,6 см? Ответ дайте в м/с.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12.** В конусе длина образующей равна  $4\sqrt{3}$ , а угол при вершине осевого сечения равен  $120^\circ$ . Через вершину конуса проведена плоскость. Какую наибольшую площадь может иметь сечение конуса такой плоскостью?



Ответ: \_\_\_\_\_.

**13.** Теплоход проходит по течению реки от пункта А до пункта В, расстояние между которыми 180 км, и после стоянки возвращается в пункт А. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 70 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14.** Для функции  $f(x) = \frac{3x^6 - 6x^5 - 20x^4 + 40x^3}{x - 2}$  определите точку экстремума.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1**

**Для записи решений и ответов на задания 15 - 21 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

**15.** Дано уравнение  $25^{\cos\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)} = 5^{1-\cos 2x}$ .

А) Решите уравнение.

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие интервалу  $\left(-5\pi; -\frac{3\pi}{2}\right)$ .

**16.** В треугольной пирамиде два ребра, исходящие из одной вершины, равны по  $\sqrt{5}$ , а все остальные ребра равны по 2. Найдите объём пирамиды.

**17.** Решите неравенство  $\frac{6 - 3x + \sqrt{2x^2 - 5x + 2}}{3x - \sqrt{2x^2 - 5x + 2}} \geq \frac{1 - x}{x}$ .

**18.** О – точка пересечения диагоналей выпуклого четырехугольника ABCD. Периметры треугольников AOB, BOC, COD и DOA равны между собой.

А) Докажите, что в четырехугольник ABCD можно вписать окружность.

Б) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник DOA, если радиусы окружностей, вписанных в треугольники AOB, BOC и COD равны соответственно 3, 4 и 6.

**19.** В двух банках в конце года на каждый счет начисляется прибыль: в первом банке – 60% к текущей сумме на счете, во втором – 40% к текущей сумме на счете. Вкладчик в начале года часть имеющихся у него денег положил в первый банк, а остальные деньги – во второй банк, с таким расчетом, чтобы через два года суммарное количество денег на обоих счетах увеличилось на 150%. Сколько процентов денег вкладчик положил в первый банк?

**20.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых для любого  $x$  из промежутка  $[3;9)$  значение выражения  $\log_3^2 x - 6$  не равно значению выражения  $(a - 4) \log_3 x$

**21.** А) Какое наибольшее число ладей можно поставить на шахматную доску так, чтобы никакие две не били друг друга?

Б) Какое наибольшее число королей можно поставить на шахматную доску так, чтобы никакие два не били друг друга?

В) Какое наименьшее число королей нужно поставить на шахматную доску так, чтобы все клетки оказались под боем?

Г) Какое наибольшее число ферзей можно поставить на шахматную доску так, чтобы никакие два не били друг друга?