

Решение тригонометрических уравнений

$$\sin x = a; |a| \leq 1$$

$$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Пример 1:

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Пример 2:

$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = (-1)^n \arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Частные случаи

$$\sin x = 0$$

$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = -1$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = a; |a| \leq 1$$

$$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Пример 3:

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \pm \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Пример 4:

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \pm \left(\pi - \arccos \frac{1}{2} \right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Частные случаи

$$\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = 1$$

$$x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = -1$$

$$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{tg} x = a$$

$$x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Пример 5:

$$\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$$

$$x = \operatorname{arctg} \sqrt{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Пример 6:

$$\operatorname{tg} x = -1$$

$$x = \operatorname{arctg} (-1) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{ctg} x = a$$

$$x = \operatorname{arcctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Пример 7:

$$\operatorname{ctg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$x = \operatorname{arcctg} \frac{\sqrt{3}}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Пример 8:

$$\operatorname{ctg} x = -1$$

$$x = (\pi - \operatorname{arcctg} 1) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{3\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Решение тригонометрических уравнений

Уравнение	Общее решение	Частные случаи		
		$a = 0$	$a = 1$	$a = -1$
$\sin x = a$	$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n$ или $\begin{cases} x_1 = \arcsin a + 2\pi n \\ x_2 = \pi - \arcsin a + 2\pi n \end{cases}$	$x = \pi n$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$
$\cos x = a$	$x = \pm \arccos a + 2\pi n$ или $\begin{cases} x_1 = \arccos a + 2\pi n \\ x_2 = -\arccos a + 2\pi n \end{cases}$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n$	$x = 2\pi n$	$x = \pi + 2\pi n$
$\operatorname{tg} x = a$	$x = \operatorname{arctg} a + \pi n$	$x = \pi n$	$x = \frac{\pi}{4} + \pi n$	$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$
$\operatorname{ctg} x = a$	$x = \operatorname{arccotg} a + \pi n$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n$	$x = \frac{\pi}{4} + \pi n$	$x = \frac{3\pi}{4} + \pi n$
где $n \in \mathbf{Z}$ (множеству целых чисел)				